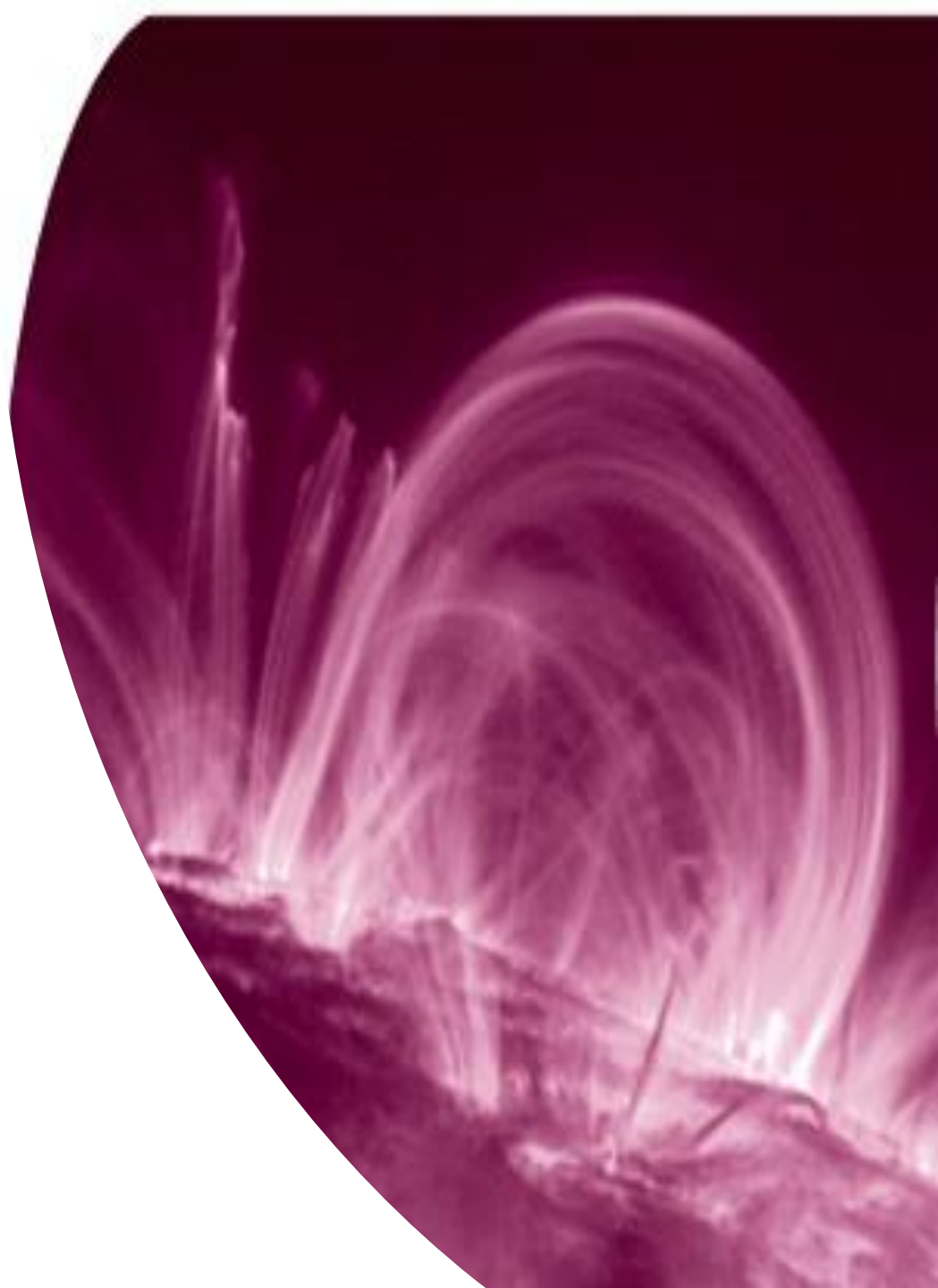


Κεφάλαιο 26:
Μαγνητισμός:
Δύναμη και πεδίο



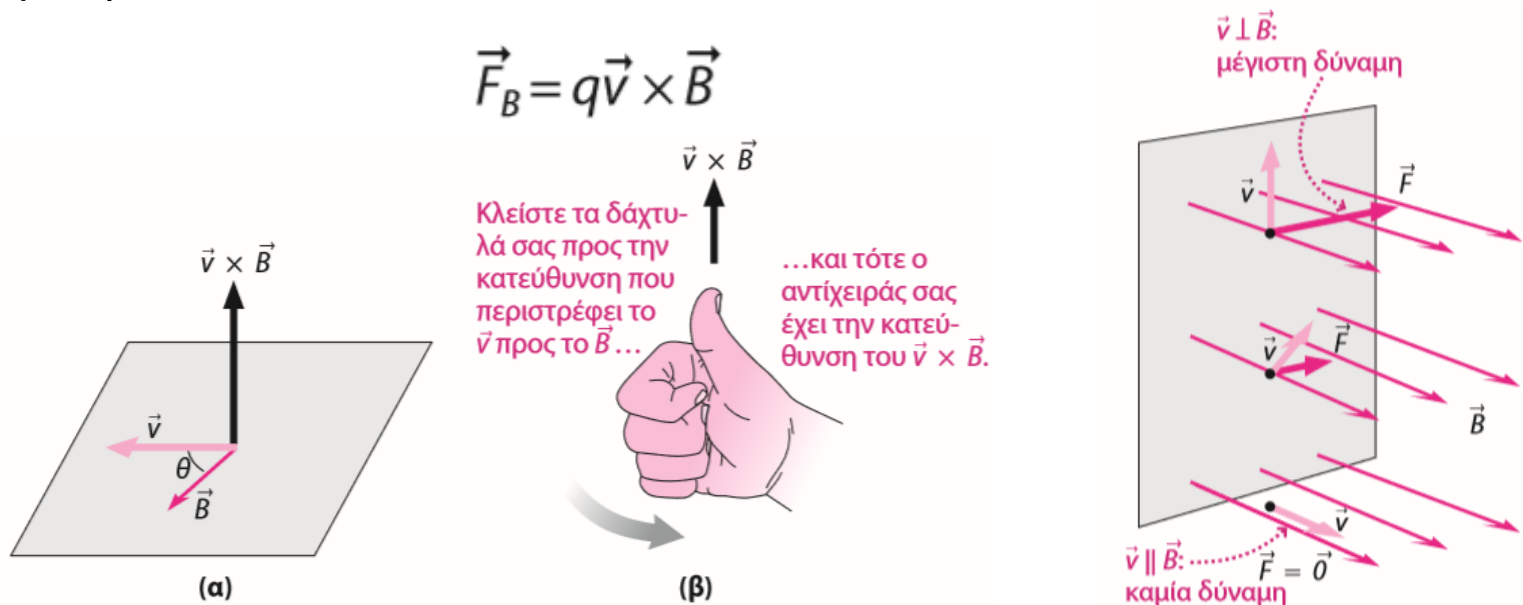
Τι μαθαίνετε

-
- Ότι ο μαγνητισμός είναι επί της ουσίας ένα φαινόμενο που σχετίζεται με την *κίνηση* του ηλεκτρικού φορτίου
 - Πώς η μαγνητική δύναμη που ασκείται σε ένα φορτισμένο σωματίδιο εξαρτάται από το φορτίο του, την ταχύτητά του και το μαγνητικό πεδίο
 - Πώς τα μαγνητικά πεδία προέρχονται από την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων
 - Πώς ο *νόμος του Ampère* περιγράφει το μαγνητικό πεδίο σε σχέση με το ηλεκτρικό ρεύμα
 - Για τις τρεις μορφές μαγνητισμού που συναντώνται στην ύλη



Μαγνητικό πεδίο και μαγνητική δύναμη

- Το **μαγνητικό πεδίο**, \vec{B} , ασκεί μια δύναμη σε **κινούμενα** ηλεκτρικά φορτία
 - Η δύναμη εξαρτάται από το φορτίο q , το μαγνητικό πεδίο \vec{B} , την ταχύτητα του φορτίου, \vec{v} , και τον προσανατολισμός μεταξύ \vec{v} και \vec{B} .
 - Το μέτρο της δύναμης δίνεται από $F = qvB \sin \theta$ και η κατεύθυνσή της προκύπτει από τον νόμο του δεξιού χεριού
 - Η μαγνητική δύναμη μπορεί να γραφεί σε όρους εξωτερικού γινομένου:



Φορτισμένα σωματίδια σε μαγνητικά πεδία

- Η μαγνητική δύναμη δρα πάντα κάθετα στην κατεύθυνση της ταχύτητας ενός φορτισμένου σωματιδίου: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
- Ένα σωματίδιο που κινείται κάθετα σχηματίζοντας ορθή γωνία με ένα πεδίο διαγράφει ομαλή κυκλική κίνηση:

$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \quad \text{ή} \quad r = \frac{mv}{qB}$$

- Η **κυκλοτρονική συχνότητα** είναι

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{v}{2\pi(mv/qB)} = \frac{qB}{2\pi m}$$

και είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα του σωματιδίου

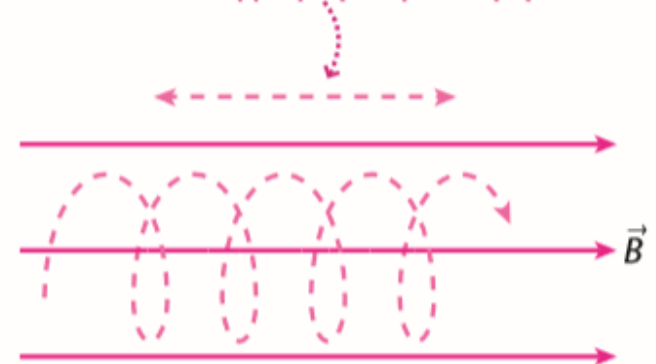
- Όταν ένα σωματίδιο έχει μια συνιστώσα της κίνησης κατά μήκος του πεδίου, η τροχιά του είναι σπειροειδής

Οι κουκκίδες αναπαριστούν τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που εξέρχονται από το επίπεδο της σελίδας. Το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό.



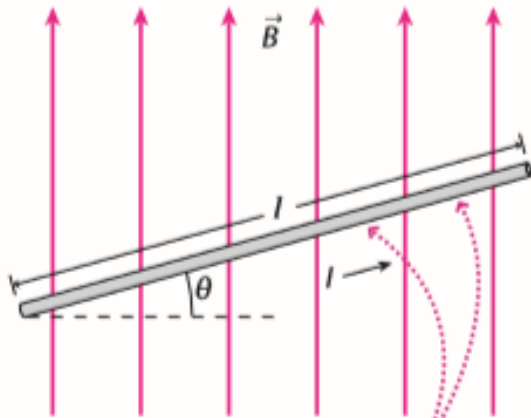
Η μαγνητική δύναμη είναι πάντα κάθετη στην ταχύτητα.

Η κίνηση παράλληλα προς το πεδίο δεν επηρεάζεται από τη μαγνητική δύναμη.

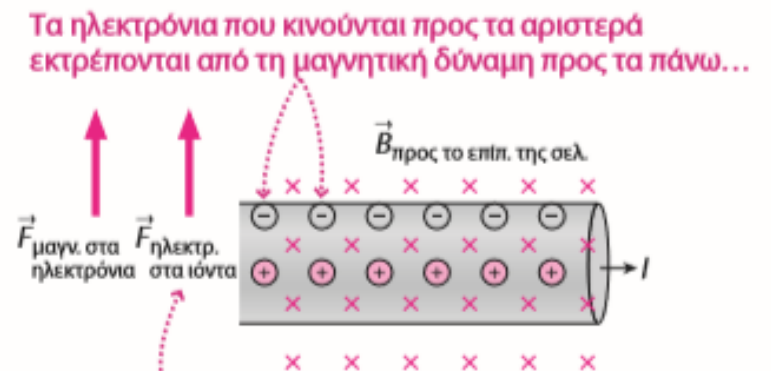


Μαγνητική δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό

- Το ηλεκτρικό ρεύμα αποτελείται από φορτία σε κίνηση, επομένως ένα ρεύμα μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο πρέπει να δεχτεί την επίδραση μιας μαγνητικής δύναμης
 - Η δύναμη στην πραγματικότητα περιλαμβάνει τόσο τις μαγνητικές δυνάμεις στα κινούμενα φορτία όσο και μια ηλεκτρική δύναμη που σχετίζεται με τον διαχωρισμό φορτίου
 - Αυτή η δύναμη είναι $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$, όπου \vec{l} είναι ένα διάνυσμα που περιγράφει το μήκος και την κατεύθυνση ενός ευθύγραμμου αγωγού



Η μαγνητική δύναμη δρα σε όλα τα κινούμενα φορτία και κατευθύνεται από το επίπεδο της σελίδας προς τα έξω.



Τα ηλεκτρόνια που κινούνται προς τα αριστερά εκτρέπονται από τη μαγνητική δύναμη προς τα πάνω...

...η επακόλουθη απομάκρυνση του φορτίου οδηγεί σε μια ηλεκτρική δύναμη, με φορά προς τα πάνω, που ασκείται στο υπόλοιπο καλώδιο.

Η πηγή του μαγνητικού πεδίου

- Ένα μαγνητικό πεδίο όχι μόνο παράγει δυνάμεις που δρουν σε κινούμενα ηλεκτρικά φορτία, αλλά επίσης **δημιουργείται από ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο**

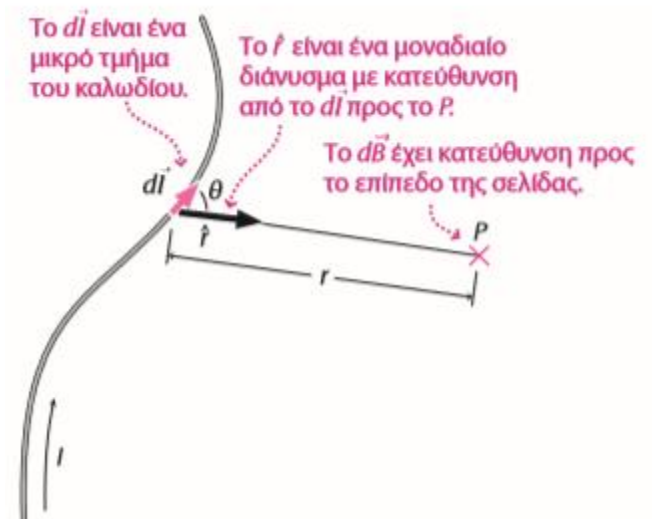
- Ο νόμος **Biot-Savart** δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από ένα μικρό στοιχειώδες ρεύμα:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Το πεδίο ενός πεπερασμένου ρεύματος προκύπτει με ολοκλήρωση:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

όπου $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ είναι η **μαγνητική διαπερατότητα του κενού**



Συμπεριφορά δυναμικών γραμμών μαγνητικών πεδίων

- Τα μαγνητικά πεδία δημιουργούνται από κινούμενα φορτία
- Σε αντίθεση όμως με τα στατικά ηλεκτρικά πεδία, των οποίων οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν και τελειώνουν στα φορτία, οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου δεν ξεκινούν και τελειώνουν στα κινούμενα φορτία και τα ρεύματα που αποτελούν την πηγή τους
 - Αντ' αυτού, οι δυναμικές γραμμές των μαγνητικών πεδίων γενικά περικλείουν τα κινούμενα φορτία ή ρεύματα
 - Η κατεύθυνσή του προκύπτει από τον κανόνα του δεξιού χεριού
 - Σε ειδικές περιπτώσεις, οι δυναμικές γραμμές μπορεί να εκτείνονται στο άπειρο σε δύο κατευθύνσεις, αλλά δεν έχουν αρχή ή τέλος



Χρησιμοποιώντας τον νόμο των Biot-Savart: Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός

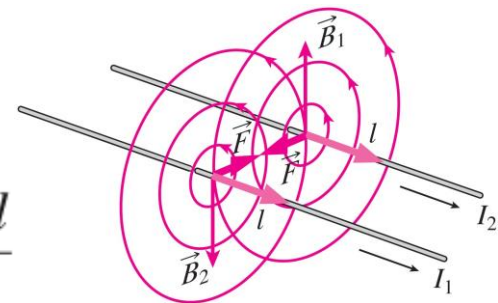
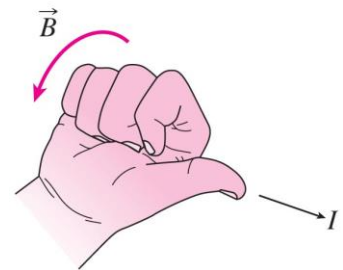
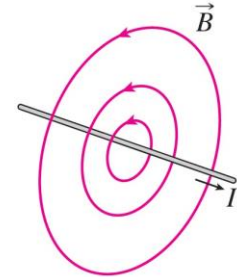
- Η συνεισφορά στο πεδίο από ένα στοιχειώδες ρεύμα μήκους $dl = dx$ είναι

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \varphi}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{y dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

- Ολοκληρώνοντας τις συνεισφορές κατά μήκος μιας άπειρης γραμμής, παίρνουμε

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I y}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y}$$

- Το πεδίο μειώνεται με το αντίστροφο της απόστασης y από το καλώδιο
- Το πεδίο περικλείει το ρεύμα
- Δύο παράλληλα σύρματα ασκούν δυνάμεις το ένα στο άλλο από τα μαγνητικά τους πεδία: $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$
 - Τα παράλληλα ρεύματα έλκονται
 - Τα αντιπαράλληλα απωθούνται



Χρησιμοποιώντας τον νόμο των Biot-Savart: Ένας βρόχος ρεύματος

- Η συνεισφορά στο πεδίο από ένα στοιχειώδες ρεύμα dl είναι

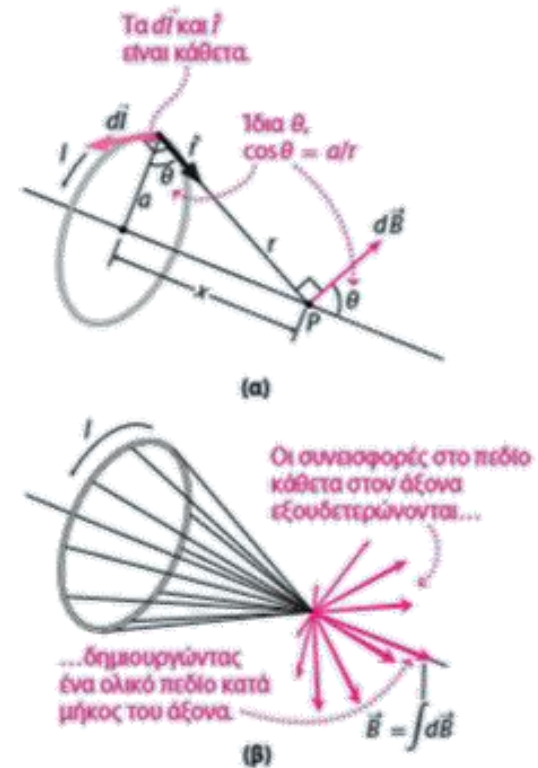
$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{x^2 + a^2} \frac{a}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

- Ολοκληρώνοντας τις συνεισφορές από τα στοιχειώδη ρεύματα κατά μήκος ενός βρόχου ρεύματος, παίρνουμε ένα πεδίο στον άξονα του βρόχου που εξαρτάται από την απόσταση x κατά μήκος του άξονα:

$$B = \int dB_x = \frac{\mu_0 I a}{4\pi(x^2 + a^2)^{3/2}} \int_{\text{βρόχος}} dl = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

- Για μεγάλες αποστάσεις ($x \gg a$), το B είναι

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I a^2}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I \rho a^2}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I A}{x^3}$$



Μαγνητικά δίπολα

- Η εξάρτηση $1/x^3$ του μαγνητικού πεδίου ενός βρόχου ρεύματος είναι ίδια με την εξάρτηση του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρικού διπόλου από το αντίστροφο του κύβου

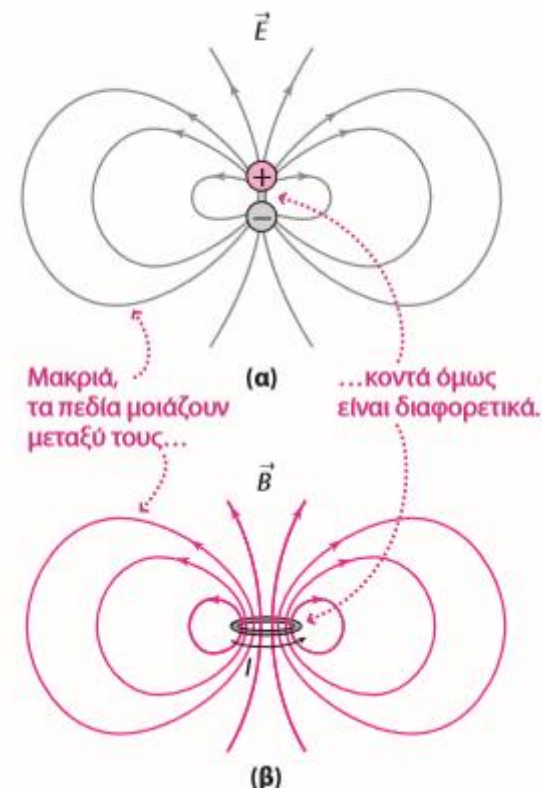
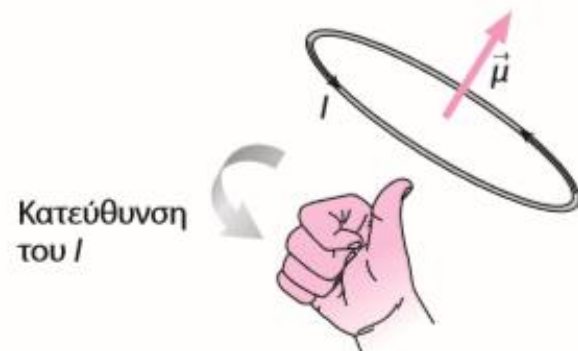
- Ένας βρόχος ρεύματος συνιστά ένα **μαγνητικό δίπολο**

- Η μαγνητική διπολική ροπή του είναι $\mu = IA$, με A το εμβαδόν του βρόχου. Για έναν βρόχο με N σπείρες, $\mu = NIA$

- Έτσι,

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi x^3}$$

- Η κατεύθυνση του διανύσματος της μαγνητικής διπολικής ροπής είναι κάθετη στον βρόχο
- Τα πεδία των ηλεκτρικών και μαγνητικών διπόλων μοιάζουν μακριά από τις πηγές τους, αλλά διαφέρουν κοντά στις πηγές



Δίπολα και μονόπολα :

Ο νόμος του Gauss για τον μαγνητισμό

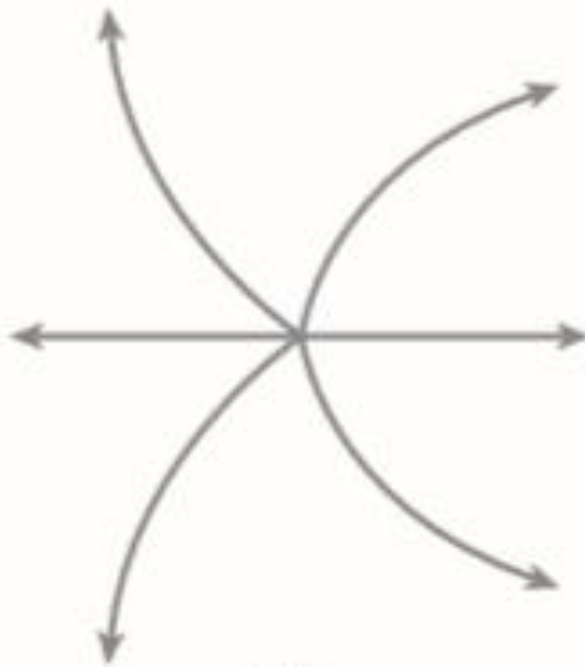
- Δεν υπάρχει μαγνητικό ανάλογο του ηλεκτρικού πεδίου
 - Τέτοια **μαγνητικά μονόπολα**, αν υπήρχαν, θα αποτελούσαν πηγές δυναμικών γραμμών μαγνητικών πεδίων που θα ξεκινούσαν από τα μονόπολα, όπως οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου ξεκινούν από σημειακά φορτία
 - Αντ' αυτού, η απλούστερη μαγνητική οντότητα είναι το δίπολο
 - Η απουσία μαγνητικών μονόπολων εκφράζεται στον **νόμο του Gauss για τον μαγνητισμό**:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

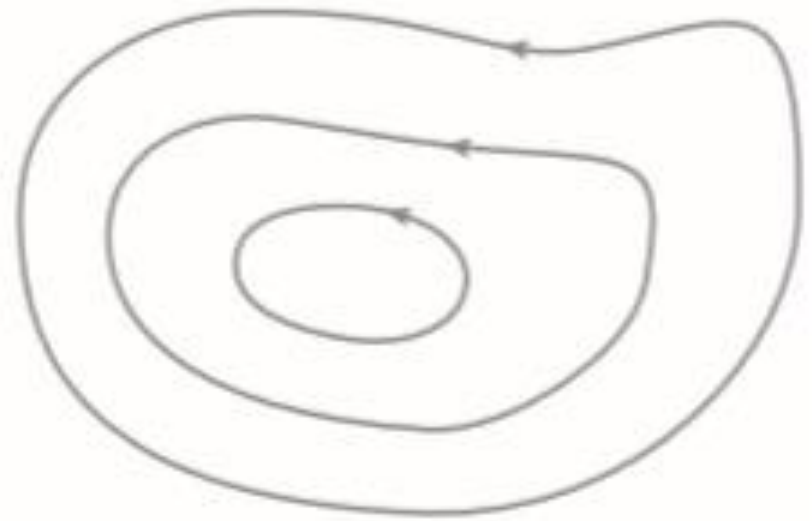
- Ο νόμος του Gauss για τον μαγνητισμό αποτελεί έναν από τους τέσσερις θεμελιώδεις νόμους του ηλεκτρομαγνητισμού
- Ο νόμος του Gauss για τον μαγνητισμό δηλώνει ότι οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου δεν έχουν ούτε αρχή ούτε τέλος, αλλά γενικά σχηματίζουν κλειστούς βρόχους
- Αν ανακαλύπτονταν ποτέ τα μαγνητικά μονόπολα, η δεξιά πλευρά του νόμου του Gauss για τον μαγνητισμό θα ήταν μη μηδενική

Το κατανοήσατε;

- Το σχήμα δείχνει δύο πεδία. Ποιο θα μπορούσε να αποτελεί ένα μαγνητικό πεδίο;



(α)



(β)

Ροπή σε ένα μαγνητικό δίπολο

- Τα μαγνητικά δίπολα είναι το μαγνητικό ανάλογο των ηλεκτρικών διπόλων
 - Ένα μαγνητικό δίπολο παράγει ένα διπολικό πεδίο
 - Ένα μαγνητικό δίπολο δέχεται μια ροπή σε ένα μαγνητικό πεδίο. Για ομοιογενές μαγνητικό πεδίο έχουμε:

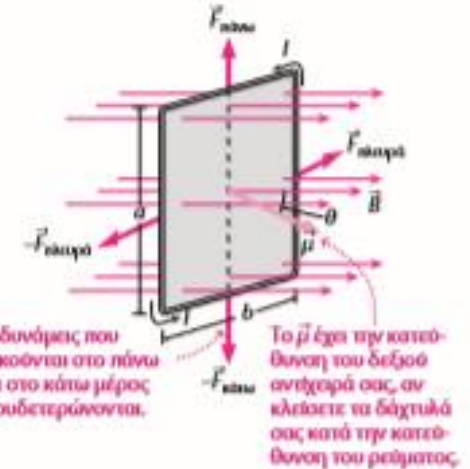
$$F_{\text{πλ}} = IaB$$

$$\tau_{\text{πλ}} = \frac{1}{2} b F_{\text{πλ}} \sin \theta = \frac{1}{2} IabB \sin \theta = \frac{1}{2} IAB \sin \theta$$

$$\tau = 2\tau_{\text{πλ}} = IAB \sin \theta = \mu B \sin \theta$$

- Το οποίο μπορεί να γραφεί σε διανυσματική μορφή:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



(α)



(β)

Ροπή σε ένα μαγνητικό δίπολο (συνέχεια)

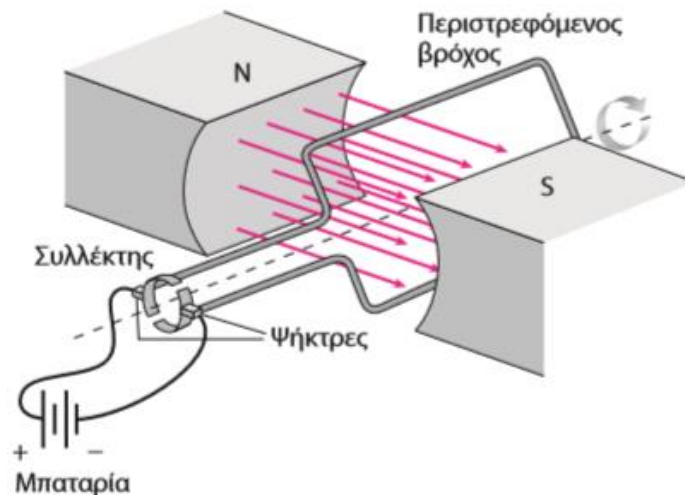
- Το δίπολο θα δεχτεί την επίδραση μιας ολικής δύναμης όταν το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομοιογενές
- Τα μαγνητικά δίπολα τείνουν να ευθυγραμμιστούν με το μαγνητικό πεδίο, επομένως απαιτείται έργο για την περιστροφή ενός διπόλου προς μια κατεύθυνση που το απομακρύνει από την ευθυγράμμιση με το πεδίο
- Η δυναμική ενέργεια που σχετίζεται με ένα μη ευθυγραμμισμένο δίπολο δίνεται από:

$$U = -\vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Η ροπή σε ένα μαγνητικό δίπολο είναι σημαντική σε πολλές τεχνολογίες, συμπεριλαμβανομένων των ηλεκτροκινητήρων και της απεικόνισης MRI

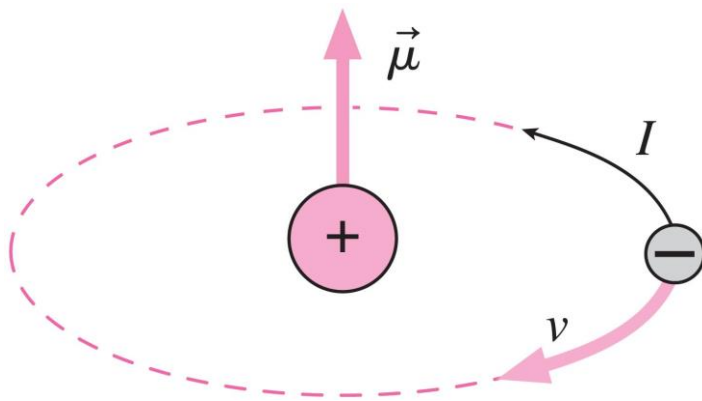
Ηλεκτροκινητήρες

- Οι ηλεκτροκινητήρες αποτελούν μια σημαντική τεχνολογική εφαρμογή της ροπή σε έναν βρόχο ρεύματος
- Ένας βρόχος ρεύματος περιστρέφεται μεταξύ μαγνητικών πόλων
- Στους κινητήρες συνεχούς ρεύματος (DC), ο **συλλέκτης** αντιστρέφει συνεχώς την κατεύθυνση του ρεύματος για να διατηρήσει την περιστροφή του βρόχου προς την ίδια κατεύθυνση

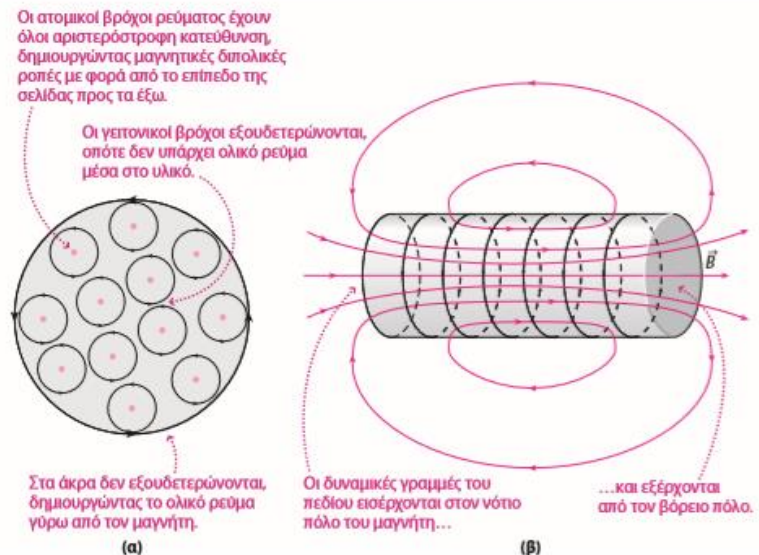


Μαγνητισμός στην ύλη

- Ο μαγνητισμός στην ύλη είναι το αποτέλεσμα βρόχων ρεύματος σε ατομική κλίμακα και συνδέεται με ηλεκτρόνια σε τροχιά
- Στον **σιδηρομαγνητισμό**, σε υλικά όπως ο σίδηρος, ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ επιμέρους μαγνητικών διπόλων οδηγούν στη δημιουργία σημαντικών μαγνητικών ιδιοτήτων, όπως η ισχυρή έλξη από μαγνήτες
- Τα **παραμαγνητικά** υλικά εμφανίζουν ασθενέστερη μαγνήτιση
- Τα **διαμαγνητικά** αποκρίνονται αντίθετα, απωθούνται από τους μαγνήτες



Η κλασική εικόνα της μαγνητικής διπολικής ροπής από ένα ηλεκτρόνιο σε τροχιά



Η αφετηρία ενός μόνιμου μαγνήτη

Ο νόμος του Ampère

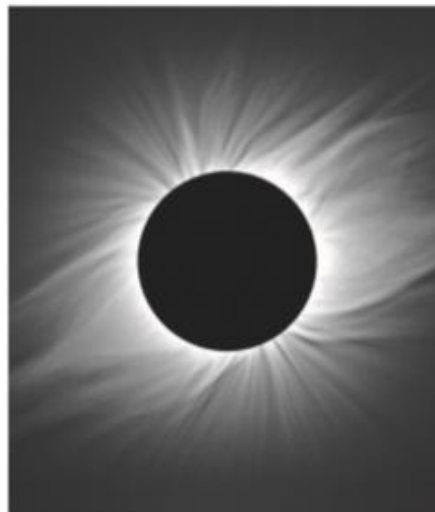
- Ο νόμος του Gauss παρέχει μια καθολική περιγραφή του ηλεκτρικού πεδίου σε σχέση με το φορτίο που είναι αντίστοιχη με τον νόμο του Coulomb
- Ανάλογα, ο νόμος του Ampère παρέχει μια καθολική περιγραφή του μαγνητικού πεδίου σε σχέση με το κινούμενο φορτίο που είναι αντίστοιχη με τον νόμο των Biot-Savart
 - Ο νόμος του Gauss περιλαμβάνει ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα σε μια κλειστή επιφάνεια· ο νόμος του Ampère περιλαμβάνει ένα επικαμπύλιο ολοκλήρωμα σε έναν κλειστό βρόχο
 - Για σταθερά ρεύματα, ο νόμος του Ampère δηλώνει

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{περικλ}}$$

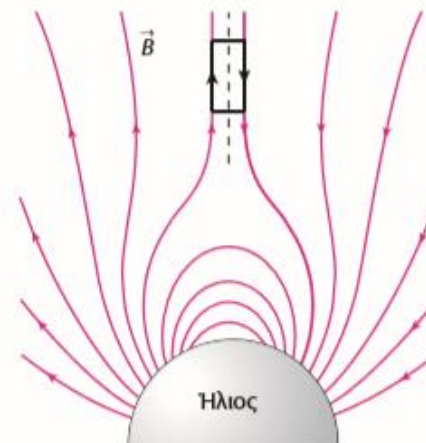
όπου το ολοκλήρωμα λαμβάνεται γύρω από *κάθε* κλειστό βρόχο και $I_{\text{περικλ}}$ είναι το ρεύμα που περικλείεται από αυτόν τον βρόχο

Νόμος του Ampère και ρεύμα

- Σύμφωνα με τον νόμο του Ampère, όπου το ολοκλήρωμα ενός μαγνητικού πεδίου γύρω από έναν κλειστό βρόχο είναι διάφορο του μηδενός, θα πρέπει να υπάρχει ένα ρεύμα το οποίο περικλείεται από το πεδίο
- Η παρακάτω εικόνα δείχνει μια διαδρομή στο ηλιακό στέμμα. Τα μαγνητικά πεδία αντίθετης κατεύθυνσης δείχνουν ότι υπάρχει ένα ρεύμα που ρέει κατά μήκος αυτής της διαδρομής. Το ρεύμα έχει κατεύθυνση από το επίπεδο της σελίδας προς τα έξω ή προς το επίπεδο της σελίδας;



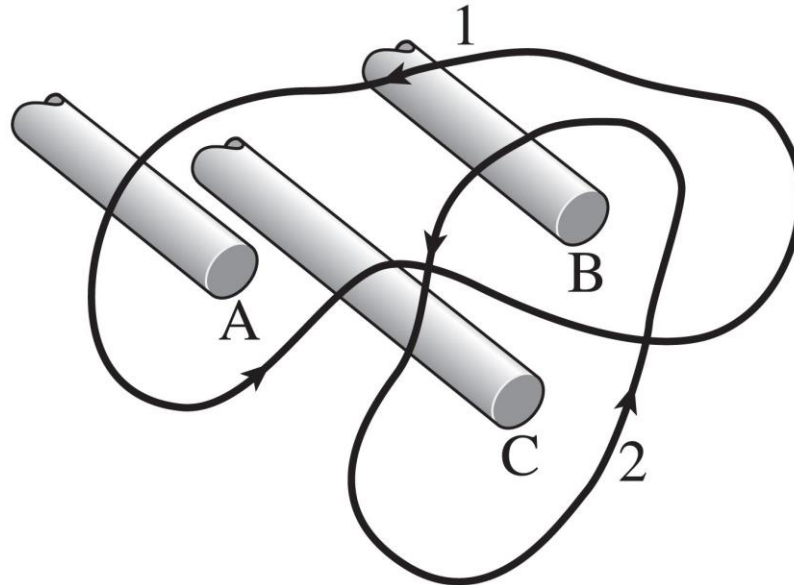
(α)



(β)

Το κατανοήσατε;

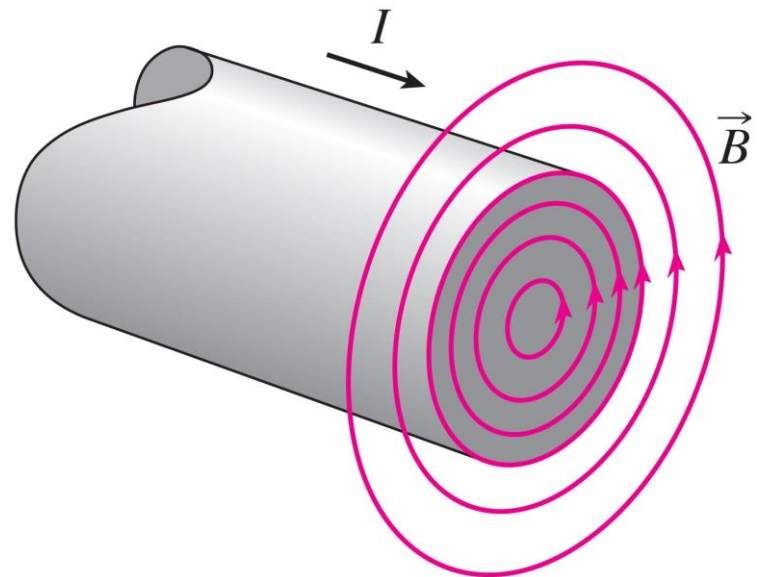
- Το σχήμα δείχνει τρία παράλληλα σύρματα που διαρρέονται από ρεύμα ίδιου μεγέθους I , αλλά σε ένα από αυτά η κατεύθυνση του ρεύματος είναι αντίθετη από αυτήν στα άλλα δύο. Αν $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$ σε όλο το μήκος του βρόχου 2, (1) πόσο είναι το $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ σε όλο το μήκος του βρόχου 1 και (2) ποιο ρεύμα είναι αυτό με την αντίθετη κατεύθυνση;



Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ampère

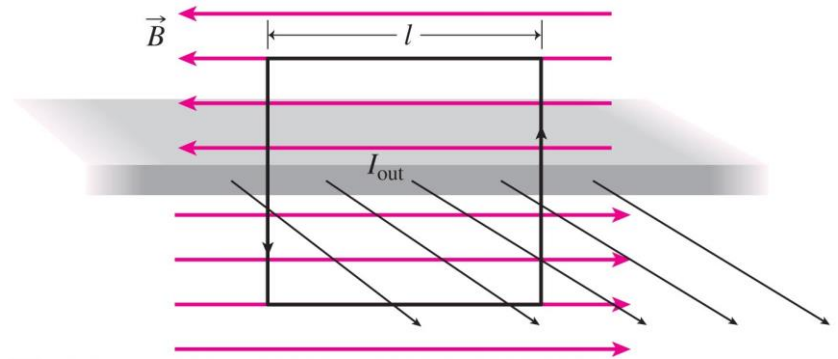
- Ο νόμος του Ampère ισχύει πάντα, αλλά μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε για τον υπολογισμό μαγνητικών πεδίο μόνο σε περιπτώσεις με αρκετή συμμετρία
 - Τότε, είναι δυνατόν να επιλέξουμε έναν βρόχο Ampère γύρω από τον οποίο το $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ μπορεί να υπολογιστεί ως προς το άγνωστο B
 - Ένα παράδειγμα: Ο νόμος του Ampère δίνει γρήγορα το πεδίο $1/r$ ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρο αγωγού – ή έξω από κάθε κατανομή φορτίου με γραμμική συμμετρία

Διατομή ενός κυλινδρικού καλωδίου μεγάλου μήκους. Οποιαδήποτε δυναμική γραμμή πεδίου μπορεί να χρησιμεύσει ως ένας βρόχος Ampère για τον υπολογισμό του πεδίου τόσο έξω από το καλώδιο όσο και στο εσωτερικό του

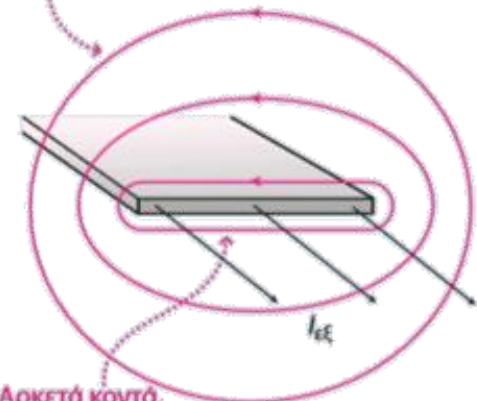


Ένα επίπεδο ρευματοφόρο φύλλο

- Ένα φύλλο με άπειρες διαστάσεις είναι μια εξιδανικευμένη μοντελοποίηση ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού, μια επίπεδη κατανομή φορτίου
- Η εφαρμογή του νόμου του Ampère δείχνει ότι το μαγνητικό πεδίο έξω από το φύλλο είναι ομοιογενές και έχει μέτρο $B = \frac{1}{2} \mu_0 J_\phi$ όπου J_ϕ είναι το ρεύμα ανα μονάδα πλάτους
- Όμως, η κατεύθυνση του πεδίου αντιστρέφεται κατά μήκος του ρευματοφόρου φύλλου
- Μακριά από ένα πεπερασμένο ρευματοφόρο φύλλο, το πεδίο αρχίζει να μοιάζει με εκείνο ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού



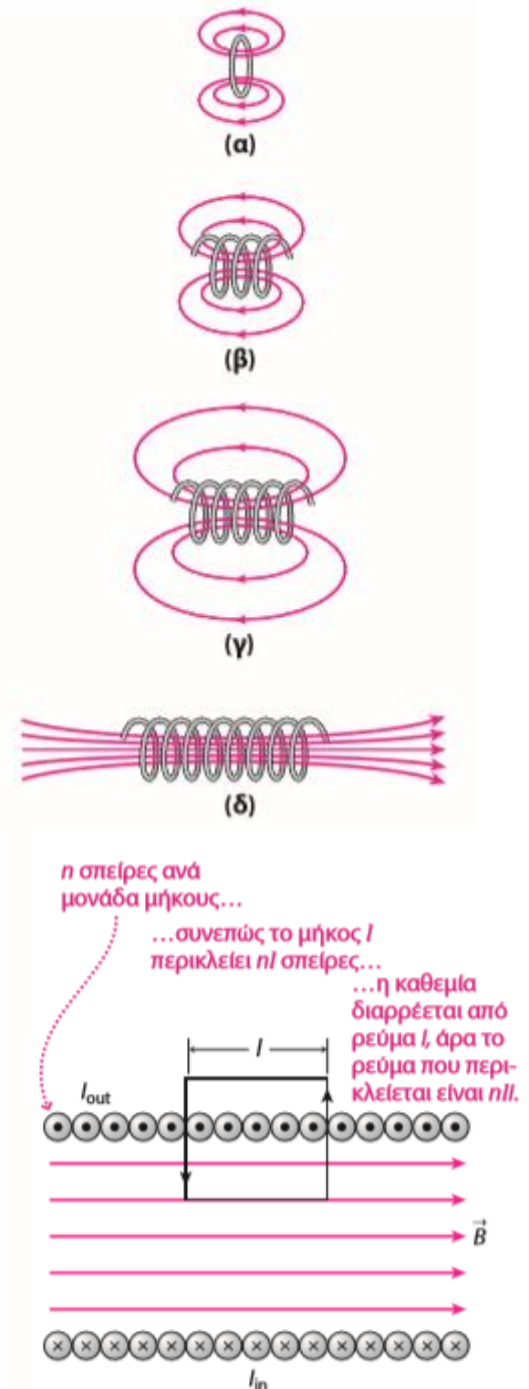
Πολύ μακριά, οι δυναμικές γραμμές του πεδίου γίνονται σχεδόν κυκλικές.



Αρκετά κοντά, το πεδίο μοιάζει με αυτό ενός φύλλου με άπειρες διαστάσεις.

Σωληνοειδή

- Σωληνοειδές είναι ένα πηνίο μεγάλου μήκους με πυκνή περιέλιξη
- Όταν το μήκος ενός σωληνοειδούς είναι πολύ μεγαλύτερο από τη διάμετρό του, το μαγνητικό πεδίο μέσα στο σωληνοειδές είναι σχεδόν ομοιογενές, εκτός από κοντά στα άκρα, ενώ το πεδίο έξω από το σωληνοειδές είναι πολύ μικρό
- Στο ιδεατό όριο ενός σωληνοειδούς άπειρου μήκους, το πεδίο μέσα στο σωληνοειδές είναι παντού ομοιογενές και πεδίο έξω από το σωληνοειδές είναι μηδενικό
- Η εφαρμογή του νόμου του Ampère δείχνει ότι το πεδίο ενός άπειρου σωληνοειδούς είναι $B = \mu_0 n I$ όπου n οι σπείρες ανά μονάδα μήκους



Πεδία ορισμένων απλών κατανομών φορτίου και ρεύματος

Πίνακας 26.1 Πεδία ορισμένων απλών κατανομών φορτίου και ρεύματος

Εξάρτηση του πεδίου από την απόσταση ^a	Κατανομή φορτίου	Ηλεκτρικό πεδίο	Κατανομή ρεύματος	Μαγνητικό πεδίο
$\frac{1}{r^2}$	Ηλεκτρικό δίπολο		Μαγνητικό δίπολο	
$\frac{1}{r^2}$	Σημειακό φορτίο ή με σφαιρική συμμετρία		Αδύνατο για σταθερά ρεύματα	
$\frac{1}{r}$	Κατανομή φορτίου με γραμμική συμμετρία		Κατανομή ρεύματος με γραμμική συμμετρία	
Ομοιογενές πεδίο, καμία μεταβολή	Επίπεδο φορτισμένο φύλλο με άπειρες διαστάσεις		Επίπεδο ρευματοφόρο φύλλο	

^aΓια πεδίο στον χώρο έξω από την κατανομή

Σύνοψη

- Ο μαγνητισμός σχετίζεται με την κίνηση του ηλεκτρικού φορτίου
 - Τα μαγνητικά πεδία ασκούν δυνάμεις στα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία:
 - Η μαγνητική δύναμη σε ένα φορτίο q που κινείται με ταχύτητα \vec{v} σε ένα μαγνητικό πεδίο \vec{B} είναι $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
 - Η μαγνητική δύναμη σε έναν ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό μήκους l είναι $\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$
 - Τα μαγνητικά πεδία παράγονται από κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο όπως περιγράφεται από
 - Τον νόμο των Biot-Savart: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
 - Τον νόμο του Ampère $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{περικλ}}$
 - Τα μαγνητικά πεδία περικλείουν τα ρεύματα και τα κινούμενα φορτία είναι οι πηγές τους
 - Σε αντίθεση με τα στατικά ηλεκτρικά πεδία, οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου δεν έχουν αφετηρία ή τέλος
 - Αυτό εκφράζεται στον νόμο του Gauss για τον μαγνητισμό: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση ή αναπαραγωγή του παρόντος έργου με οποιονδήποτε τρόπο χωρίς γραπτή άδεια του εκδότη, σύμφωνα με το Ν. 2121/1993 και τη Διεθνή Σύμβαση της Βέρνης (που έχει κυρωθεί με τον Ν. 100/1975)