ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΗΣ ΕΚΚΛΗΣΙΑΣΤΙΚΩΝ ΚΕΙΜΗΛΙΩΝ ΙΙ

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ 6Α

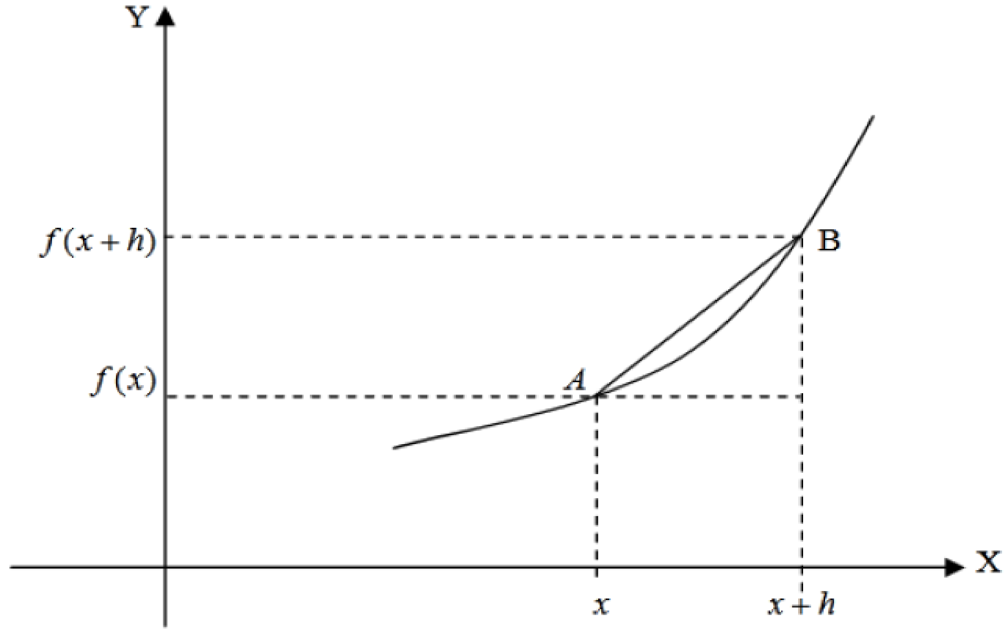
(ΠΕΡΙ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ-
και μία συναφής εφαρμογή ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ)

6^{O} εξάμηνο (Εαρινό)

ΑΕΑΑ 2019-2020

Κλίση της χορδής ΑΒ μεταξύ δύο σημείων Α και Β της συνάρτησης f(x)

Έστω έχουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x). Μεταξύ των σημείων Α και Β φέρνουμε τη χορδή ΑΒ.



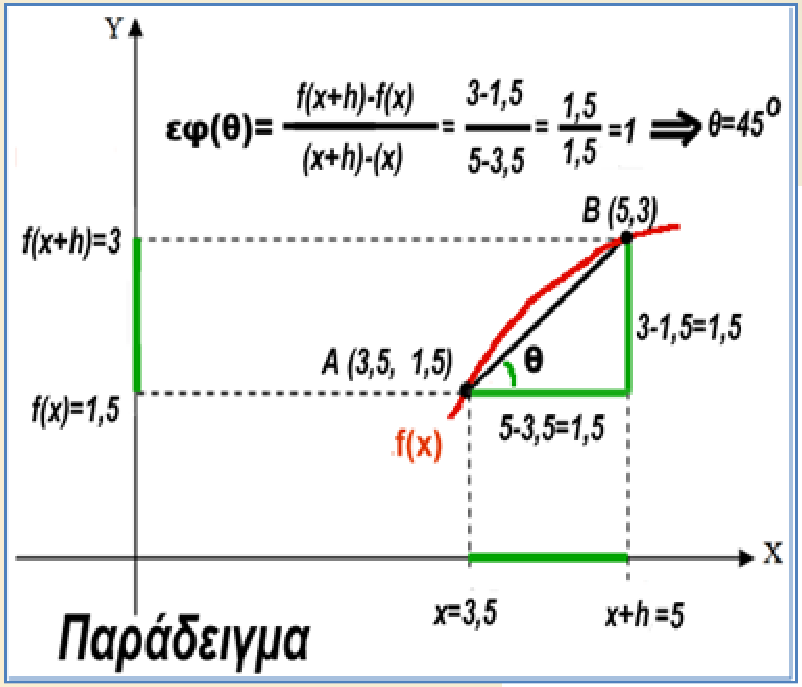
όπου h είναι ένας αριθμός πολύ κοντά στο μηδέν.

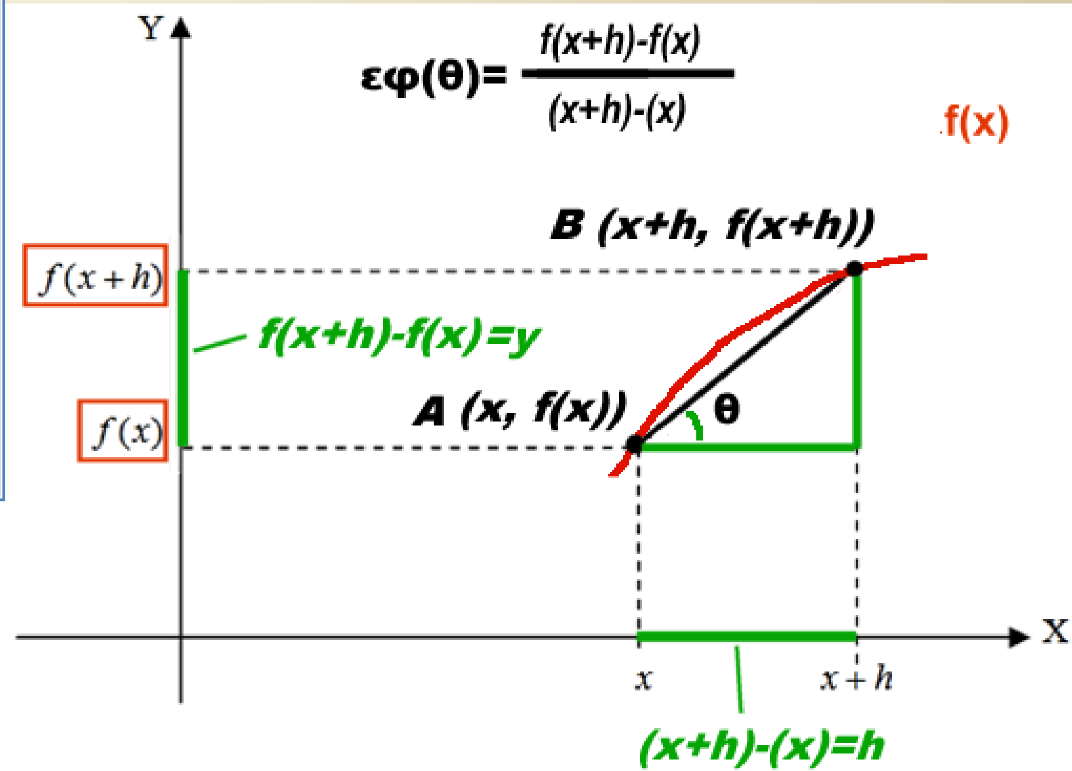
Η κλίση της ευθείας (χορδής) AB δίνεται από τον τύπο

$$\frac{\text{Μεταβολη του } y}{\text{Μεταβολη του } x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{(x+h)-x} \quad \text{ή} \quad \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

http://edu.eap.gr/pli/pli12/shmeiwseis/Paragwgoi.pdf

Παράδειγμα κλίσης της χορδής AB μεταξύ δύο σημείων A και B της συνάρτησης f(x)





Στο παραπάνω παράδειγμα το h δεν είναι πολύ μικρό, ώστε να φανεί πιο εύκολα το φυσικό του νόημα

όπου h είναι ένας αριθμός πολύ κοντά στο μηδέν.

Η κλίση της ευθείας (χορδής) AB δίνεται από τον τύπο

$$\frac{\text{Μεταβολη του } y}{\text{Μεταβολη του } x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{(x+h)-x} \quad \text{ή} \quad \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

Παράγωγος της συνάρτησης f(x)

Ορισμός

Η παράγωγος μίας συνάρτησης $y = f(x)$ *είναι η συνάρτηση* $f'(x)$ *που η τιμή της σε κάθε* x *ορίζεται από τον κανόνα*

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

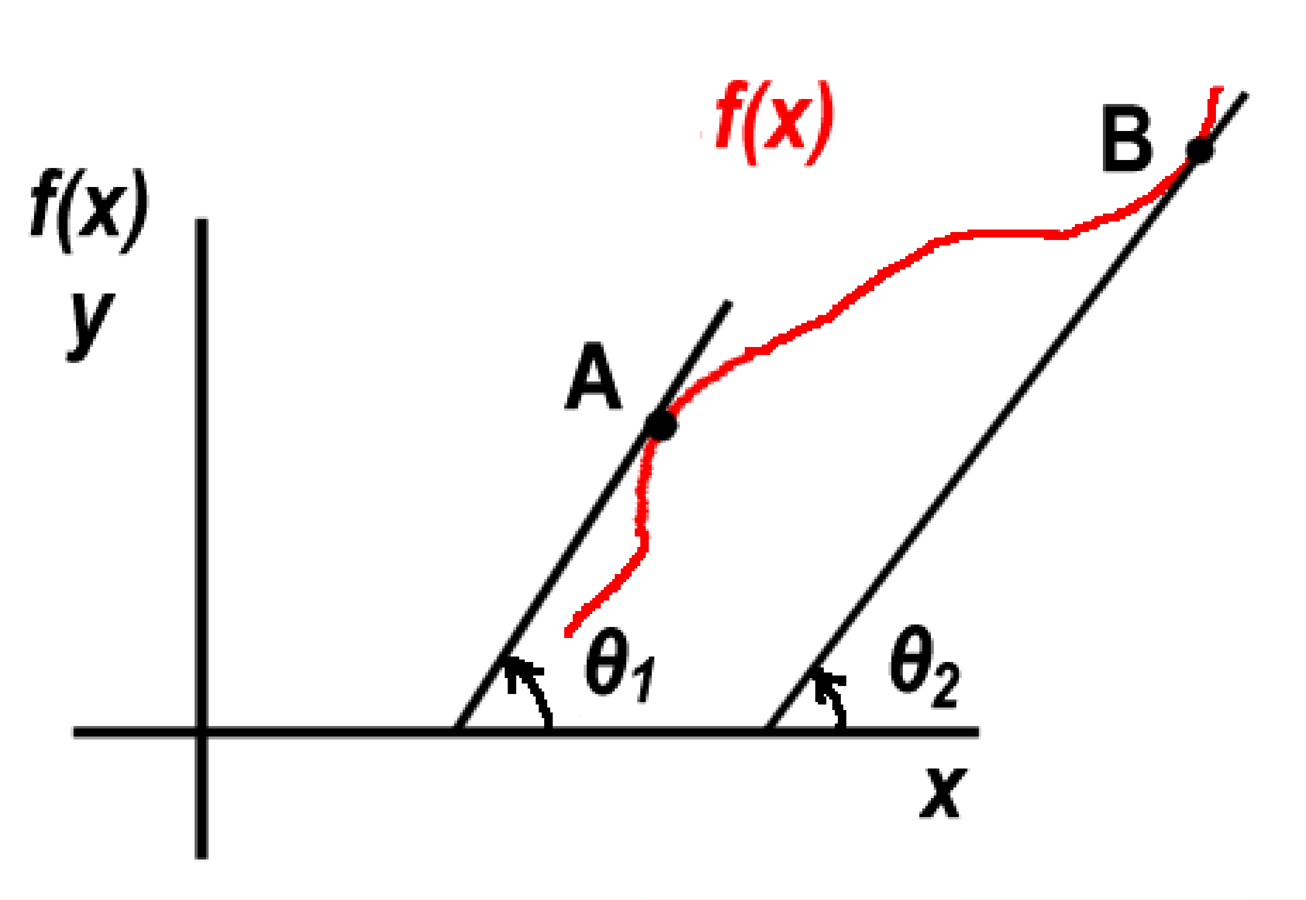
όταν υπάρχει αυτό το όριο. Το πεδίο ορισμού της f' *είναι το σύνολο των σημείων του πεδίου ορισμού της* f *όπου υπάρχει το εν λόγω όριο.*

Οι συνηθέστεροι συμβολισμοί για την παράγωγο της συνάρτησης $y = f(x)$ είναι

$$y', \frac{dy}{dx}, \frac{df(x)}{dx}, f'(x), f'.$$

Το $\frac{d}{dx}$ δηλώνει την παράγωγο ως προς το σημείο x.

http://edu.eap.gr/pli/pli12/shmeiwseis/Paragwgoi.pdf



Ενδεικτικά η **παράγωγος μίας συνάρτησης f(x) στο σημείο A**, είναι η κλίση της **εφαπτομένης ευθείας** της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f(x) στο σημείο **A** (ως κλίση θεωρούμε την εφαπτομένη-τον τριγωνομετρικό αριθμό –tan της γωνίας θ_1) κι αντίστοιχα η κλίση της **εφαπτομένης ευθείας** της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f(x) στο σημείο **B** (δηλαδή η εφαπτομένη της γωνίας θ_2) είναι η παράγωγος της συνάρτησης στο σημείο B.

Κανόνες παραγώγισης

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$ παράγωγος αθροίσματος

$(cf(x))' = cf'(x)$ c: σταθερός αριθμός

$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ παράγωγος γινομένου

$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' = -\frac{g'(x)}{g^2(x)}$ παράγωγος συνάρτησης στον παρανομαστή

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$ παράγωγος πηλίκου συναρτήσεων

Βασικές παράγωγοι

$(c)' = 0$ c: σταθερός αριθμός

$(x)' = 1$

$(x^{\nu})' = \nu x^{\nu-1}$

$(x^{-\nu})' = -\nu x^{-\nu-1}$

$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(e^x)' = e^x$

$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

$(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

$(\varepsilon\varphi x)' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$

$(\sigma\varphi x)' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$

$\left(\alpha^x\right)' = \alpha^x \ln\alpha$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Για το παρακάτω πείραμα ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ χρησιμοποιείται μικροποσότητα υλικού (κονιάματος) που παρασκευάζεται για τη νωπογραφία.
Συγκεκριμένα το υλικό αυτό αποτελείται από υδράσβεστο (υδροξείδιο του ασβεστίου-$Ca(OH)_2$) ανεμιγμένο με άχυρο σίκαλης (οργανικό υλικό με βασικό συστατικό την κυτταρίνη).

Βίντεο> C:\......\ΣΤΑΔΙΑ ΦΡΕΣΚΟ\ΑΧΥΡΟ\ΑΧΥΡΟ ΕΠΙΛΟΓΗ.mp4

Τ-ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ (^{o} C)	m-ΜΑΖΑ (gr)
25	122
50	120
75	122
100	115
125	107
150	98
175	95
200	89
225	88
250	87
275	88
300	86
325	86
350	86
375	86
400	80
425	75
450	70
475	67
500	66
525	67
550	66
575	66
600	65
625	65
650	65
675	66
700	67
725	65
750	63
775	58
800	52
825	51
850	50
875	50
900	50

Ένα πείραμα ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (1)

Τοποθετούμε σε διάταξη ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ μικροποσότητα υλικού (κονιάματος) που κατασκευάζεται για τις ανάγκες της νωπογραφίας. Συγκεκριμένα το υλικό αυτό αποτελείται από υδράσβεστο (υδροξείδιο του ασβεστίου-$Ca(OH)_2$) ανεμιγμένο με άχυρο μακρυκάλαμης σίκαλης (οργανικό υλικό με βασικό συστατικό την κυτταρίνη).

Οι μετρήσεις της μάζας ως συνάρτηση της θερμοκρασίας δίνονται στο διπλανό πίνακα. Η θερμοκρασία και ο χρόνος είναι ανάλογα μεγέθη τα οποία συνδέονται με τη σχέση:

$T=10\,(^o\ C/sec).t+25\ ^oC$

Χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα Graph 4.4.2 που παρέχεται δωρεάν στην ιστοσελίδα:

https://www.padowan.dk/download/

α) Να φτιάξετε τη γραφική παράσταση της μάζας ως συνάρτηση της θερμοκρασίας m(T)>ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΕΙΡΑΣ>....

β) Να δώσετε τις σωστές ενδείξεις για τους άξονες x,y. Δηλαδή για τον x την ένδειξη Θερμοκρασία-Τ (σε ^{o} C) και για τον y την ένδειξη Μάζα-m (σε gr).

γ) Πληκτρολογείστε >ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ> ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΡΑΜΜΗΣ>ΚΙΝΗΤΟΣ ΜΕΣΟΣ>2 ώστε να προκύψει μία συνεχής γραμμή που ενώνει ικανοποιητικά τα σκόρπια σημεία.

T-ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ (^{o} C)	m-ΜΑΖΑ (gr)	Δm/ΔT(gr/^{o}C)
25	122	-
50	120	-0,08
75	122	0,08
100	115	-0,28
125	107	....
150	98	......
175	95	....
200	89	
225	88	
250	87	
275	88	
300	86	
325	86	
350	86	
375	86	
400	80	
425	75	
450	70	
475	67	
500	66	
525	67	
550	66	
575	66	
600	65	
625	65	
650	65	
675	66	
700	67	
725	65	
750	63	
775	58	
800	52	
825	51	
850	50	
875	50	
900	50	

Ένα πείραμα ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (2)

δ) Να υπολογίσετε για κάθε δύο διαδοχικές τιμές θερμοκρασίας, τη διαφορά των αντίστοιχων τιμών μάζας. Ακολούθως να βρείτε το πηλίκο της διαφοράς μαζών προς τη διαφορά θερμοκρασιών δηλαδή να βρείτε το **πηλίκο της μεταβολής της μάζας προς την αντίστοιχη μεταβολή της θερμοκρασίας**

π.χ. Για T_1=25 ^{o}C όπου η μάζα είναι m_1=122 gr και για T_2=50 ^{o}C όπου η μάζα είναι m_2=120 gr :

$\Delta m/\Delta T= (m_2-m_1)/(T_2-T_1)=(120-122)$ gr $/(50-25)$ ^{o}C=-0,08 gr/^{o}C

Αν η μεταβολή ΔT ήταν πολύ μικρή, το παραπάνω πηλίκο θα έτεινε προς την παράγωγο dm/dT.

ε) Συμπληρώστε τις τιμές Δm/ΔT(gr/^{o}C) στον διπλανό πίνακα.

στ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πηλίκου Δm/ΔT ως συνάρτηση της θερμοκρασίας δηλαδή το Δm/ΔT (T) >ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΕΙΡΑΣ>.....

ζ) Να δώσετε τις σωστές ενδείξεις για τους άξονες x,y. Δηλαδή για τον x την ένδειξη Θερμοκρασία-T (σε ^{o} C) και για τον y την ένδειξη Δm/ΔT (gr/^{o}c).

η)Πληκτρολογείστε >ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ> ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΓΡΑΜΜΗΣ>ΚΙΝΗΤΟΣ ΜΕΣΟΣ>2 ώστε να προκύψει μία συνεχής γραμμή που ενώνει ικανοποιητικά τα σκόρπια σημεία.

θ) Επινοήστε τρόπο να συγκρίνετε γραφικά τις δύο συνεχείς γραμμές των ερωτημάτων γ) και η). Τι συμπεράσματα βγάζετε από αυτή τη σύγκριση;

T-ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ (^{o} C)	m-ΜΑΖΑ (gr)	t-ΧΡΟΝΟΣ (sec)	Δm/Δt(gr/sec)
25	122	0	-
50	120	2,5	-0,8
75	122	5	0,8
100	115	7,5	-2,8
125	107	10	-3,2
150	98	…….	-3,6
175	95	……..	…….
200	89	………	…………
225	88		……
250	87		
275	88		
300	86		
325	86		
350	86		
375	86		
400	80		
425	75		
450	70		
475	67		
500	66		
525	67		
550	66		
575	66		
600	65		
625	65		
650	65		
675	66		
700	67		
725	65		
750	63		
775	58		
800	52		
825	51		
850	50		
875	50		
900	50		

Ένα πείραμα ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (3)

ι) Να συμπληρώσετε στον διπλανό πίνακα τις τιμές του χρόνου t (λύστε την παραπάνω σχέση θερμοκρασίας T και χρόνου t ως προς το χρόνο δηλαδή t=….). .

ια) Να φτιάξετε τη γραφική παράσταση της μάζας ως συνάρτηση του χρόνου m(t) >ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΕΙΡΑΣ>…..

ιβ) Να δώσετε τις σωστές ενδείξεις για τους άξονες x,y. Δηλαδή για τον x την ένδειξη Χρόνος-t (σε sec) και για τον y την ένδειξη Μάζα-m (σε gr).

ιγ) Να υπολογίσετε για κάθε δύο διαδοχικές τιμές χρόνου, τη διαφορά των αντίστοιχων τιμών μάζας και να βρείτε το πηλίκο της διαφοράς μαζών προς τη διαφορά χρόνου, π.χ. Για t_1=0 sec όπου η μάζα είναι m_1=122 gr και για t_2=2,5 sec όπου η μάζα είναι m_2=120 gr να βρείτε το **πηλίκο της μεταβολή της μάζας προς την αντίστοιχη μεταβολή χρόνου**:

$\Delta m/\Delta t= (m_2-m_1)/(t_2-t_1)=(120-122)$ gr /(2,5-0) sec=-0,8 gr/sec

Αν η μεταβολή Δt ήταν πολύ μικρή, το παραπάνω πηλίκο θα έτεινε προς την παράγωγο dm/dt.

Ένα πείραμα ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (4)

ιδ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του πηλίκου Δm/Δt ως συνάρτηση του χρόνου δηλαδή Δm/Δt (t) >ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΕΙΡΑΣ>.....

ιε) Να δώσετε τις σωστές ενδείξεις για τους άξονες x,y. Δηλαδή για τον x την ένδειξη Χρόνο-t (σε sec) και για τον y την ένδειξη Δm/Δt (gr/sec).

ιστ) Επινοήστε τρόπο να συγκρίνετε γραφικά τις δύο συνεχείς γραμμές των ερωτημάτων ια) και ιδ). Τι συμπεράσματα βγάζετε από αυτή τη σύγκριση;

ιζ)Τέλος με βάση κάποιες πληροφορίες της ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ 6 να ερμηνεύσετε **προσεγγιστικά** τις 3 κύριες μειώσεις μάζας (περίπου 100-200 ^{o}C, περίπου 350-500 ^{o}C και περίπου 750-820 ^{o}C) στο σχεδιάγραμμα του ερωτήματος γ).