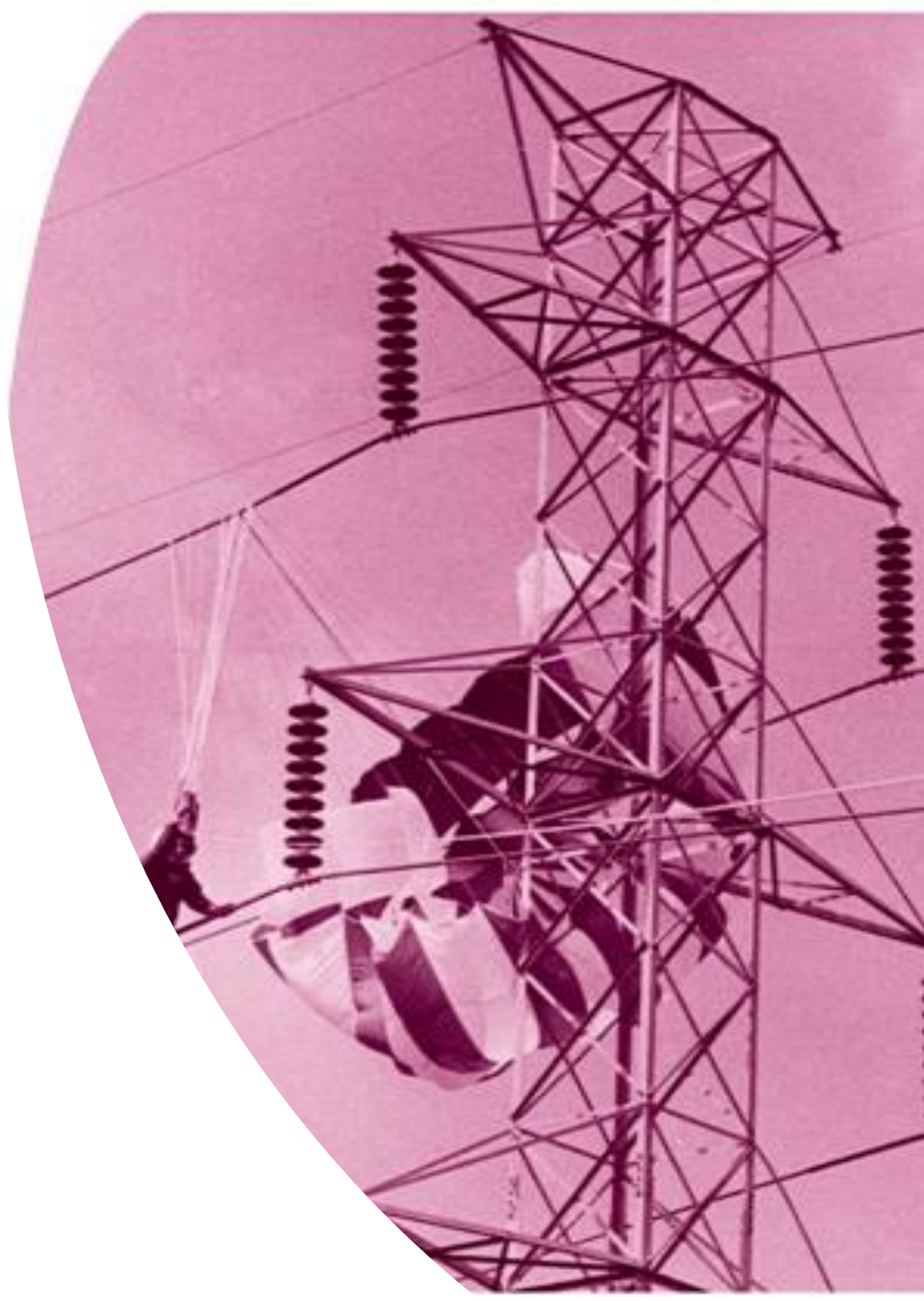


Κεφάλαιο 22: Ηλεκτρικό δυναμικό

Τι μαθαίνετε

- Την έννοια της διαφοράς ηλεκτρικού δυναμικού
 - Συμπεριλαμβανομένης της ακριβούς έννοιας του όρου **volt**
- Τον προσδιορισμό των διαφορών δυναμικού μεταξύ δύο σημείων σε ένα ηλεκτρικό πεδίο
- Τον προσδιορισμό διαφορών δυναμικού κατανομών φορτίου με άθροιση ή ολοκλήρωση σημειακών φορτίων
- Την έννοια των ισοδυναμικών επιφανειών
- Τον τρόπο με τον οποίο το φορτίο κατανέμεται στους αγωγούς



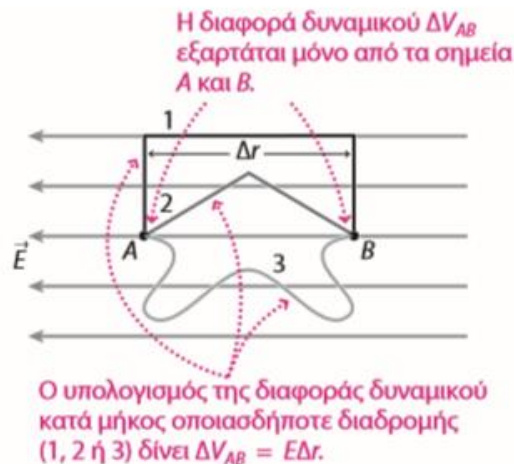
Διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού

- Η **διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού** μεταξύ δύο σημείων περιγράφει την ενέργεια ανά μονάδα φορτίου που απαιτείται για τη μετακίνηση ενός φορτίου μεταξύ αυτών των δύο σημείων

– Μαθηματικά, $\Delta V_{AB} = \frac{\Delta U_{AB}}{q} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$

όπου ΔV_{AB} είναι η διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B και ΔU_{AB} είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ενός φορτίου q που μετακινήθηκε μεταξύ αυτών των σημείων

- Η διαφορά δυναμικού είναι μια ιδιότητα *δύο σημείων*
- Εφόσον το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι διατηρητικό, δεν έχει σημασία η διαδρομή που θα επιλεγεί μεταξύ αυτών των σημείων
- Σε ένα ομοιογενές πεδίο, η διαφορά δυναμικού είναι $\Delta V_{AB} = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$



Το volt και το electronvolt

- Η μονάδα της διαφοράς ηλεκτρικού δυναμικού είναι το **volt** (V)
 - 1 volt είναι 1 joule ανά coulomb ($1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$)
 - Παράδειγμα: Μια μπαταρία 12 V αποδίδει 12 J έργο σε κάθε coulomb φορτίου που κινείται μεταξύ των πόλων της
- Το volt δεν είναι μονάδα ενέργειας, αλλά ενέργειας ανά μονάδα φορτίου – δηλαδή διαφοράς ηλεκτρικού δυναμικού
 - Μια σχετική μονάδα *ενέργειας* είναι το **electronvolt** (eV), το οποίο ορίζεται ως η ενέργεια που αποκτά ένα σωματίδιο το οποίο φέρει ένα στοιχειώδες φορτίο όταν μετακινείται ανάμεσα σε δυο σημεία μιας διαφοράς δυναμικού ίσης με 1 volt
 - Επομένως, $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Πίνακας 22.2 Χαρακτηριστικές διαφορές δυναμικού

| | |
|---|----------|
| Ανάμεσα στο ανθρώπινο χέρι και το πόδι λόγω της ηλεκτρικής δραστηριότητας της καρδιάς | 1 mV |
| Στα άκρα της μεμβράνης των βιολογικών κύτταρων | 80 mV |
| Μεταξύ των πόλων της μπαταρίας ενός φακού | 1,5V |
| Μπαταρία αυτοκινήτου | 12V |
| Ηλεκτρική πρίζα (ανάλογα με τη χώρα) | 100-240V |
| Taser © (παλμικό) | 1200V |
| Μεταξύ των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας μεγάλων αποστάσεων και του εδάφους | 365 kV |
| Μεταξύ της βάσης ενός νέφους καταιγίδας και του εδάφους | 100 MV |

Το ηλεκτρικό δυναμικό ενός σημειακού φορτίου

- Εφόσον το ηλεκτρικό πεδίο ενός σημειακού φορτίου μεταβάλλεται με τη θέση, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ολοκλήρωση για να βρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων στο πεδίο ενός σημειακού φορτίου

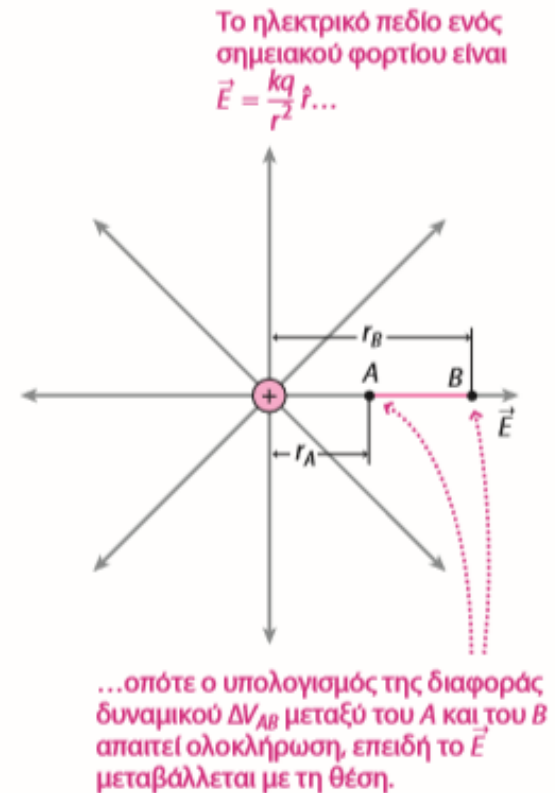
- Το αποτέλεσμα είναι

$$\Delta V_{AB} = kq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

- Λαμβάνοντας το σημείο μηδενικού δυναμικού στο άπειρο, παίρνουμε

$$V_{\infty r} = V(r) = \frac{kq}{r}$$

για τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του απείρου και κάθε σημείου σε απόσταση r από το σημειακό φορτίο



Διαφορά δυναμικού μιας κατανομής φορτίου

- Αν το ηλεκτρικό πεδίο μιας κατανομής φορτίου είναι γνωστό, οι διαφορά δυναμικού μπορεί να βρεθεί με ολοκλήρωση, όπως για ένα σημειακό φορτίο
- Αν η κατανομή απαρτίζεται από σημειακά φορτία, η διαφορά δυναμικού μπορεί να βρεθεί με την άθροιση των διαφορών δυναμικού των σημειακών φορτίων:

– Για διακριτά σημειακά φορτία, $V(P) = \sum_i \frac{kq_i}{r_i}$

όπου $V(P)$ είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ του απείρου και ενός σημείου P στο ηλεκτρικό πεδίο μιας κατανομής σημειακών φορτίων q_1, q_2, q_3, \dots

– Για μια συνεχή κατανομή φορτίου, $V = \int \frac{k dq}{r}$

Διακριτά φορτία: Δυναμικό διπόλου

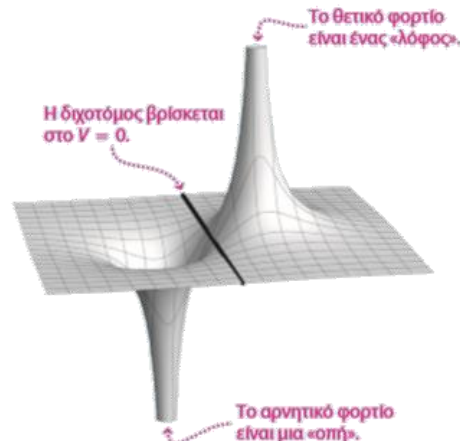
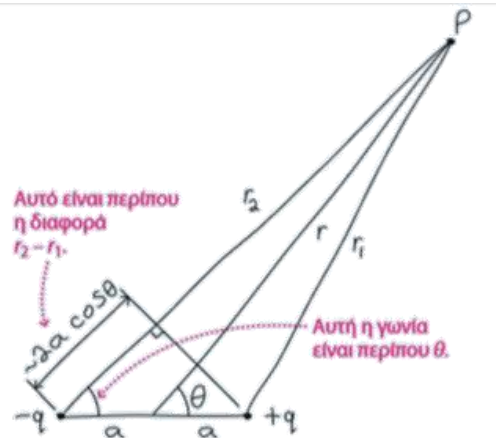
- Το δυναμικό ενός ηλεκτρικού διπόλου προκύπτει από την άθροιση των δυναμικών των δύο ίσων αλλά αντίθετων σημειακών φορτίων του:

- Για αποστάσεις r μεγάλες σε σύγκριση με την απόσταση μεταξύ των φορτίων $2a$, το αποτέλεσμα είναι

$$V(r, \vartheta) = \frac{kp \cos \vartheta}{r^2}$$

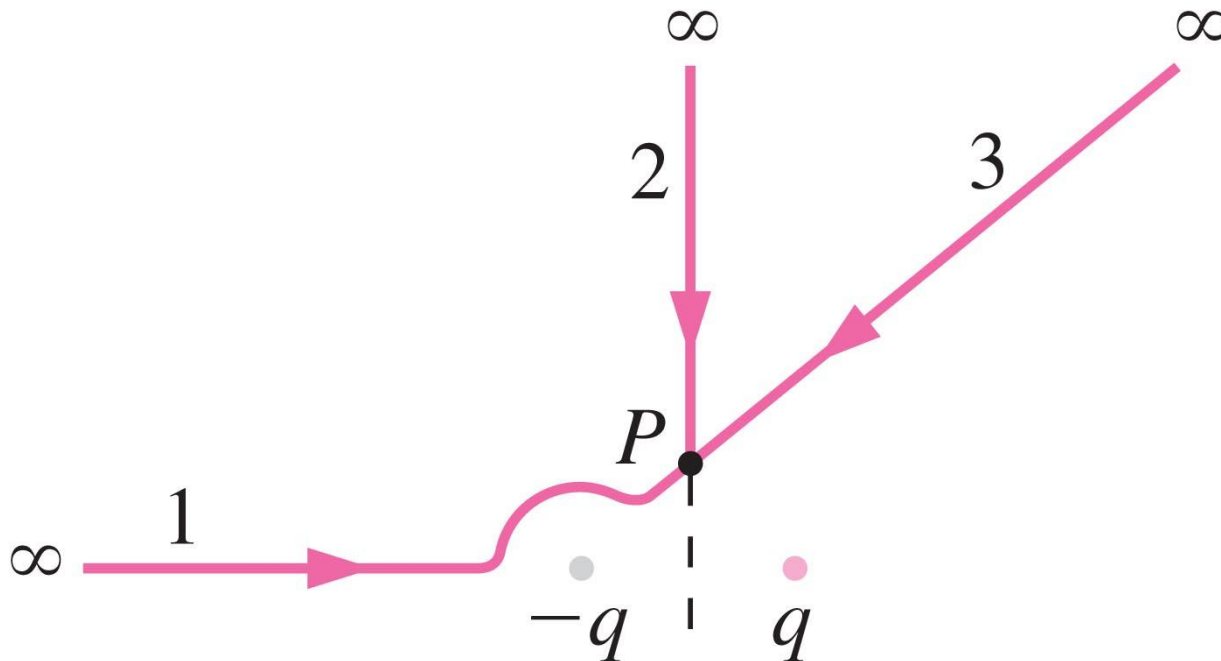
όπου $p = 2aq$ είναι η διπολική ροπή

- Μια τριδιάστατη γραφική παράσταση του δυναμικού του διπόλου δείχνει έναν «λόφο» για το θετικό φορτίο και μια «οπή» για το αρνητικό



Το κατανοήσατε;

- Το σχήμα δείχνει τρεις διαδρομές από το άπειρο σε ένα σημείο P πάνω στην κάθετη διχοτόμο του διπόλου. Συγκρίνετε το έργο που παράχθηκε για τη μετακίνηση ενός φορτίου στο P κατά μήκος καθεμιάς από τις διαδρομές



Δυναμικό μιας συνεχούς κατανομής: Ένας φορτισμένος δακτύλιος και ένας φορτισμένος δίσκος

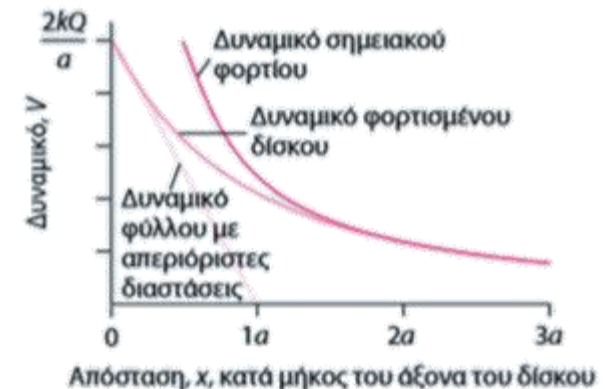
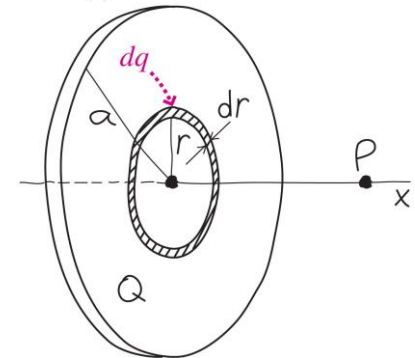
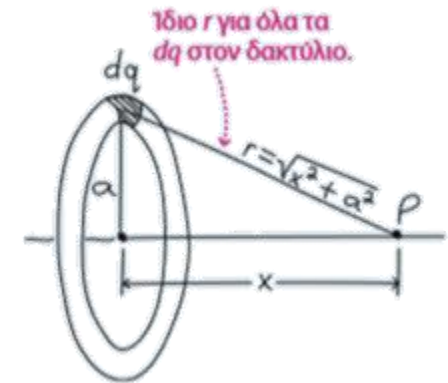
- Για έναν ομοιόμορφα φορτισμένο δακτύλιο με συνολικό φορτίο Q , η ολοκλήρωση δίνει το δυναμικό στον άξονα του δακτυλίου:

$$V(x) = \int \frac{k dq}{r} = \frac{k}{r} \int dq = \frac{kQ}{r} = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

- Ολοκληρώνοντας τα δυναμικά φορτισμένων δακτυλίων, παίρνουμε το δυναμικό ενός ομοιόμορφα φορτισμένου δίσκου:

$$V(x) := \frac{2kQ}{a^2} (\sqrt{x^2 + a^2} - |x|)$$

- Αυτό το αποτέλεσμα σε σημεία κοντά στον δίσκο προσεγγίζει το δυναμικό ενός φύλλου με απεριόριστες διαστάσεις και σε σημεία μακριά από αυτόν, το δυναμικό ενός σημειακού φορτίου



Διαφορά δυναμικού και το ηλεκτρικό πεδίο

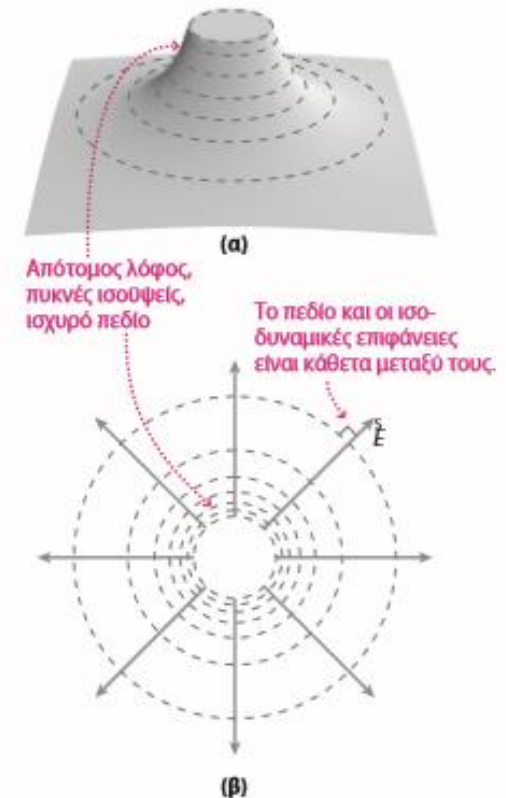
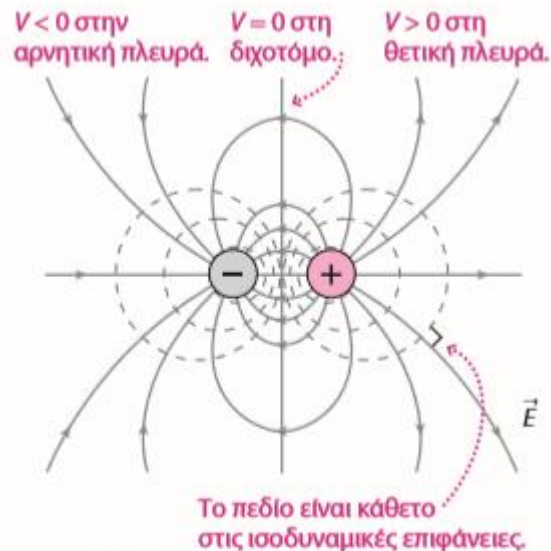
- Η διαφορά δυναμικού περιλαμβάνει ένα ολοκλήρωμα στο ηλεκτρικό πεδίο
- Επομένως το πεδίο περιλαμβάνει την παραγωγή του δυναμικού
 - Ειδικότερα, η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου σε μία κατεύθυνση είναι η αρνητική τιμή του ρυθμού μεταβολής (παράγωγος) του δυναμικού σε αυτή την κατεύθυνση
 - Τότε, δεδομένου ενός δυναμικού V (βαθμωτό μέγεθος) ως συνάρτηση της θέσης, το ηλεκτρικό πεδίο (διανυσματικό μέγεθος) προκύπτει από

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$$

- Οι παράγωγοι εδώ είναι **μερικές παράγωγοι**, εκφράζοντας τον ρυθμό μεταβολής ως προς μία μόνο μεταβλητή
 - Αυτή η προσέγγιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εύρεση του πεδίου από το δυναμικό
 - Ο υπολογισμός του δυναμικού είναι συχνά ευκολότερος από τον υπολογισμό του ηλεκτρικού πεδίου, εφόσον είναι βαθμωτό μέγεθος και όχι διάνυσμα

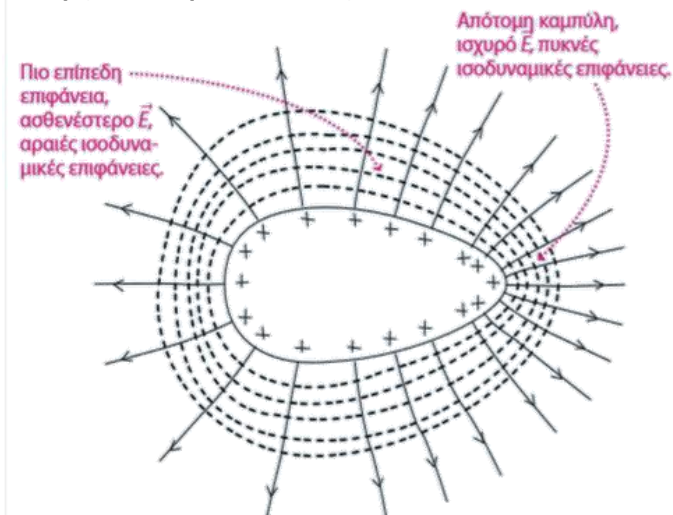
Ισοδυναμικές επιφάνειες

- **Ισοδυναμική** είναι μια επιφάνεια στην οποία το δυναμικό είναι σταθερό
 - Στα διδιάστατα σχέδια, απεικονίζουμε τις ισοδυναμικές επιφάνειες με καμπύλες παρόμοιες με τις ισοϋψείς σε έναν τοπογραφικό χάρτη
 - Το ηλεκτρικό πεδίο είναι πάντα κάθετο στις ισοδυναμικές επιφάνειες
- Το σχήμα στα δεξιά δείχνει τις ισοδυναμικές επιφάνειες για μια φορτισμένη κοίλη σφαίρα
- Το σχήμα κάτω δείχνει τις ισοδυναμικές επιφάνειες για ένα δίπολο



Φορτισμένοι αγωγοί

- Δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό ενός αγωγίμου υλικού σε ηλεκτροστατική ισορροπία
- Και στην επιφάνεια του αγωγού δεν υπάρχει συνιστώσα του πεδίου παράλληλη προς την επιφάνεια
- Επομένως, δεν απαιτείται έργο για τη μετακίνηση ενός δοκιμαστικού φορτίου πάνω ή μέσα σε έναν αγωγό σε ηλεκτροστατική ισορροπία
 - Άρα, ένας αγωγός σε ηλεκτροστατική ισορροπία αποτελεί μια **ισοδυναμική επιφάνεια**
 - Αυτό σημαίνει ότι οι ισοδυναμικές επιφάνειες κοντά σε έναν φορτισμένο αγωγό χονδρικά έχουν το σχήμα της επιφάνειας του αγωγού
 - Αυτό γενικά κάνει τις ισοδυναμικές επιφάνειες πιο πυκνές και συνεπώς το πεδίο ισχυρότερο και την πυκνότητα του φορτίου μεγαλύτερη στα σημεία όπου ο αγωγός καμπυλώνεται πιο απότομα

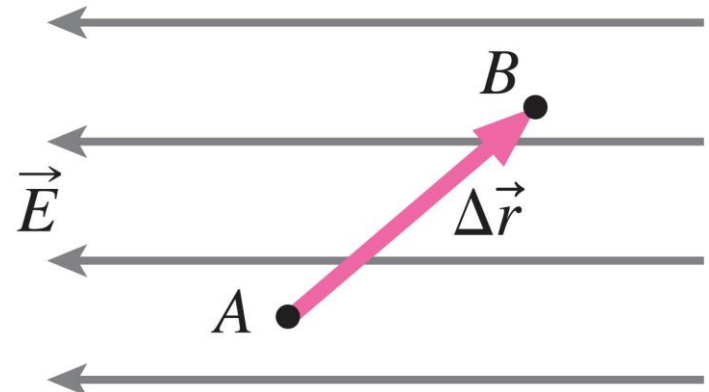
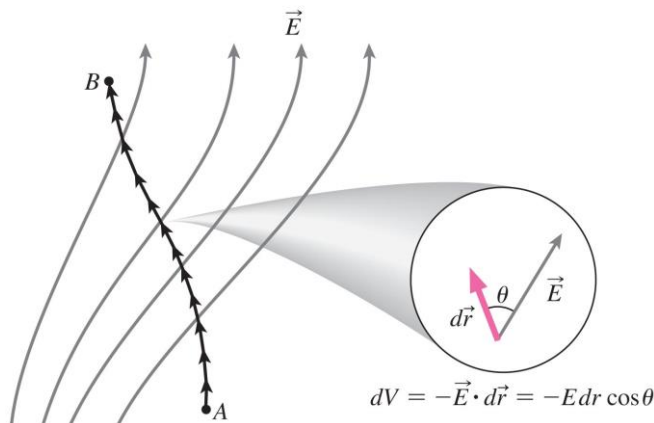


Σύνοψη

- Η **διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού** περιγράφει το έργο ανά μονάδα φορτίου που σχετίζεται με τη μετακίνηση ενός φορτίου μεταξύ δύο σημείων μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο:

$$\Delta V_{AB} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

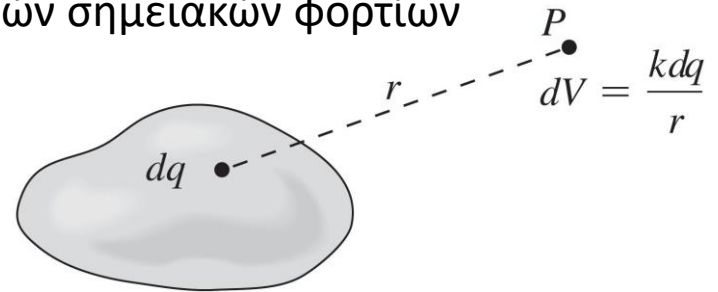
- Η μονάδα του ηλεκτρικού δυναμικού στο σύστημα SI είναι το **volt (V)**, ίσο με 1 J/C
- Το ηλεκτρικό δυναμικό **πάντα** περιλαμβάνει δύο σημεία. Όταν λέμε «το δυναμικό σε ένα σημείο» κάνουμε την παραδοχή ότι υπάρχει ένα δεύτερο σημείο όπου το δυναμικό ορίζεται ίσο με μηδέν
- Σε ένα ομοιογενές πεδίο, η διαφορά δυναμικού είναι $\Delta V_{AB} = -\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$



Σύνοψη (συνέχεια)

- Το **ηλεκτρικό δυναμικό** στο πεδίο ενός σημειακού φορτίου είναι $V(P) = kq/r$, όπου όπου το σημείο μηδενικού δυναμικού λαμβάνεται στο άπειρο
 - Το δυναμικό των κατανομών φορτίου προκύπτει αθροίζοντας ή ολοκληρώνοντας τα πεδία των στοιχειωδών σημειακών φορτίων

$$V = \frac{kq_i}{r_i} \quad \text{ή} \quad V = \int \frac{k dq}{r}$$



- Το ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να βρεθεί με παραγωγή του δυναμικού:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$$

- Οι **ισοδυναμικές επιφάνειες** είναι επιφάνειες σταθερού δυναμικού
- Οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι πάντα κάθετες στο ηλεκτρικό πεδίο
- Κοντά σε έναν φορτισμένο αγωγό, το σχήμα των ισοδυναμικών επιφανειών προσεγγίζει εκείνο του αγωγού
 - Ένας αγωγός σε ηλεκτροστατική ισορροπία αποτελεί μια ισοδυναμική επιφάνεια